Институт информационных и вычислительных технологий
МОН РК

Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби

Университет Туран

Люблинский технический университет, Польша

МАТЕРИАЛЫ

III Международной научной конференции
«Информатика и прикладная математика»,
посвященная 80-летнему юбилею
профессора Бияшева Р.Г.
и 70-летию профессора Айдарханова М.Б.

26-29 сентября 2018 года, Алматы, Казахстан

Часть 1

Алматы 2018

АНЫҚТАЛМАҒАН СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС ЖҮЙЕЛЕРДІҢ ШЫҒЫС МӘЛІМЕТТЕРІН КЕРІ БАЙЛАНЫС КҮЙІ АРҚЫЛЫ БАҚЫЛАУ

Алимхан К.[1,2], Мамырбаев О.Ж.[3], Тасболатұлы Н.[3,4], Аманжолова А.А.[1], Боромбаева А.Б.[1]

[1]Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, ҚАЗАҚСТАН
[2]Tokyo Denki University, JAPAN
[3]Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институты, ҚАЗАҚСТАН
[4]әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, ҚАЗАҚСТАН
e-mail: tasbolatuly@gmail.com

Аннотация. *Бұл жұмыс жоғары ретті анықталмаған уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелерді кері байланыс күйі бойынша кең ауқымды практикалық бақылау мәселесіне арналған. Уақыт кешігуі бар жүйе сызықсыздығының жұмсақ жағдайларында масштабтау арқылы реттелетін біртекті күйі бойынша кері байланыс контроллерін құрамыз. Біртекті Ляпунов-Красовский функционалының көмегімен біртекті өсу жағдайымен шектелген уақыт кешігуі бар сызықсыздыққа үстемдік ету үшін масштабтау коэффициенті реттеледі және мұның арқасында жабық-тұйық жүйенің барлық күйлері шектеулі жағдайында бақылау қателігін азайту мүмкіндігі туады.*

1. Кіріспе

Соңғы онжылдықтарда сызықтық емес жүйелердің шығыс мәліметтерін кең ауқымды практикалық бақылау мәселесі көптеген ғылыми еңбектерде [1-11] зерттелініп, нәтижелер алынуда. Атап айтқанда, кең ауқымды практикалық бақылау мәселесі интегратор дәрежесін қосу әдісі [3,4] арқылы және әмбебап басқару идеясы [1,2] көмегімен сызықтық емес жүйелер үшін кері байланыс күйі арқылы шешілді.

Дегенмен, жоғарыда аталған нәтижелерде уақыт кешігуінен болатын әсер қарастырылмаған. Кеңістіктегі жүйелер үшін уақыт кешігуі дегеніміз сигналдардың түпкі жылдамдықта таралуымен және қашықтықты еңсеру үшін уақыт қажет екендігімен анықталады [12]. Сигналға реакцияның кешігуі және кешіктірілген кері байланыс көптеген физикалық [13], химиялық [14], климаттық [15] және биологиялық [16] нысандар мен процестерге тән. Мысалы, уақыт кешігуі құбылыстары электр жүйелерінде, микротолқынды осциллятордың жұмысында, гидротехникалық жүйелерде және т.б. сол сияқты көптеген практикалық жүйелерде кездеседі және бұл уақыт кешігу құбылысы жүйенің жұмысына айтарлықтай әсер етеді. Сол себепті, уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйелерді тұрақтандыру мәселесі және олардың шығыс мәліметтерін бақылау мәселелері практикалық маңызға ие және соңғы жылдары бұл мәселеге үлкен көңіл бөлінуде.

Соңғы жылдары Ляпунов-Красовский әдісін қолдану нәтижесінде уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелерді тұрақтандыру проблемалары және уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелердегі ізіне түсу мәселелері бойынша айтарлықтай жетілдірілген және озық әдістер құрылды және ол [17-21] еңбектерде жарияланды. Уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелерді тұрақтандыру мәселесіне қарағанда уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелердің шығыс мәліметтерін бақылау баяу дамуда. Сызықсыздықта уақыт кешігуі бар болған жағдайда, шығыс мәліметтерін бақылау мәселелерінде кейбір қызықты нәтижелер алынды [22-24]. Дегенмен, бұл [22-24] жұмыстарда сызықтық емес жүйенің тек бір локалды жағдайы қарастырылады. Қаралып отырған жүйе табиғатынан уақыты кешіккен сызықтық емес болып табылғанда, мәселе күрделі әрі қиын шешіледі. Осы мәселелерді зерделей келе бізге мәлім болғаны уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелер үшін шығыс мәліметтерін бақылау мәселесінің көптеген қызықты есептері әлі шешімін таппаған. Осы мақалада біз кері байланыс күйі үстемдік ететін әдіс [25,26] арқылы ізіне түсу мәселелерін қарастыратын боламыз.

Келесі түрдегі анықталмаған уақыты кешіккен сызықтық емес жүйені қарастырайық:

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}_1(t) = x_2(t)^{p_1} + \varphi_1(t, x(t), x(t-d_1), u(t)),\\
&\qquad\vdots\\
&\dot{x}_{n-1}(t) = x_n(t)^{p_{n-1}} + \varphi_{n-1}(t, x(t), x(t-d_{n-1}), u(t)),\\
&\dot{x}_n(t) = u + \varphi_n(t, x(t), x(t-d_n), u(t)),\\
&y(t) = x_1(t),
\end{aligned}
\tag{1}
$$

мұндағы $x(t) := (x_1(t),\dots,x_n(t))^{\mathrm{T}} \in R^n$, $u \in R$, және $y(t) \in R$ - жүйенің күйі, басқарудың кіріс мәліметі және шығыс мәліметі сәйкесінше. Тұрақты сандар $d_i \ge 0\ (i = 1,...n)$ күйлердің уақыт кешігуілері және мұндағы $x(\theta) = \varphi_0(\theta),\ \ \theta \in [-d, 0],\ \ d \ge \max\{d_1,...d_n\}$ жүйенің алғашқы шарты. Мұндағы $\varphi_i(\cdot)$ белгісіз үздіксіз функциялар болып табылады, $p_i \in R_{odd}^{\ge 1} := \{p/q \in [0,\infty) : p$ және q бүтін сандар, $p \ge q\}$, $(i = 1,\dots,n-1)$ жүйенің жоғары реттілігін көрсетеді. Біздің мақсатымыз жүйелерде d_i уақыт кешігулері болған жағдайда да шекті уақыттан соң барлық күйлер шектелген аймақта болатындай және жүйенің шығыс мәліметі $y(t)$-ді көзделген тірек сигналдың ізіне түсіретін басқаруды табу болып табылады.

2. Математикалық алғышарттар

Бұл жұмыста келесі біртекті функция анықтамасын және бірнеше пайдалы леммаларды қолданамыз.

Анықтама ([27]). $x = (x_1,\dots,x_n) \in R^n$ координаттар жиыны және n-өлшемді $r = (r_1,\dots,r_n)$ оң нақты сандары үшін біз келесі анықтамаларды енгіземіз:

(i) $\Delta_s(x)$ *түрлендіруі* $\Delta_s^r(x) = \left(s^{r_1}x_1, \cdots, s^{r_n}x_n\right), \quad \forall x = (x_1, \ldots, x_n) \in R^n$,

$\forall s > 0$ арқылы анықталған салыстыру болып табылады, мұндағы r_i *координат салмақтары* деп аталады. Нұсқаудың қарапайымдылығы үшін мұндай түрлендіру салмағын $\Delta = (r_1, \ldots, r_n)$ арқылы белгілейміз.

(ii) $V \in C(R^n, R)$ функциясы τ *дәрежесі бойынша біртекті* деп аталады, егер мұндағы, $\tau \in R$ нақты саны келесі түрде болса $V(\Delta_s^r(x)) = s^{\tau} V(x_1, \cdots, x_n), \quad \forall x \in R^n - \{0\}$.

(iii) $f \in C(R^n, R^n)$ векторлық өрісі τ *дәрежесі бойынша біртекті* деп аталады, егер f_i компоненті әрбір i үшін $\tau + r_i$ *дәрежесі бойынша біртекті* $f_i(\Delta_s^r(x)) = s^{\tau + r_i} f_i(x_1, \cdots, x_n), \ \forall x \in R^n, \quad \forall s > 0, \ i = 1, \ldots, n$ үшін.

(iv) *Біртекті* p *-норма* $\|x\|_{\Delta, p} = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^{p/r_i}\right)^{1/p}$, $\forall\, x \in \mathbb{R}^n$, $p \geq 1$ түрінде анықталады. Қарапайым түрде келесіше жазамыз $\|x\|_{\Delta}$ үшін $\|x\|_{\Delta,2}$.

Әрі қарай, біз басқарудың соңғы нұсқасында жиі қолданылатын және маңызды рөл атқаратын бірнеше техникалық леммаларды ұсынамыз.

Лемма 1 [27]. $\Delta = (r_1, \ldots, r_n)$-ны түрлендіру салмағы деп белгілейік, сонымен бірге $V_1(x)$ және $V_2(x)$ дәрежелері сәйкесінше τ_1 және τ_2 тең біртекті функциялар болсын. Онда, $V_1(x)V_2(x)$ де Δ түрлендіруіне қатысты дәрежесі $\tau_1 + \tau_2$ тең біртекті функция болып табылады.

Лемма 2 [27]. $V : R^n \to R$ дәрежесі τ болатын Δ түрлендіру салмағына қатысты біртекті функция болсын. Онда келесі (i) және (ii) орындалады:

(i) Сондай ақ $\partial V / \partial x_i$ дәрежесі $\tau - r_i$ бойынша біртекті, мұндағы r_i шамасы x_i-дің біртекті салмағы.

(ii) Мұндағы $\sigma > 0$ тұрақтысы сондай ол $V(x) \leq \sigma \|x\|_{\Delta}^{\tau}$ қанағаттандырады. Сонымен қатар, егер $V(x)$ оң анықталса, онда $\rho > 0$ тұрақтысы бар және ол келесі түрде $\rho \|x\|_{\Delta}^{\tau} \leq V(x)$.

Лемма 3 [25]. Барлық $x, y \in R$ және тұрақты $p \geq 1$ үшін келесі теңсіздіктер орындалады:

(i) $|x + y|^p \leq 2^{p-1} |x^p + y^p|$, $\left(|x| + |y|\right)^{1/p} \leq |x|^{1/p} + |y|^{1/p} \leq 2^{(p-1)/p} \left(|x| + |y|\right)^{1/p}$

Егер $p \in R_{odd}^{\geq 1}$, онда

(ii) $|x - y|^p \leq 2^{p-1} |x^p - y^p|$ және $\left|x^{1/p} - y^{1/p}\right| \leq 2^{(p-1)/p} |x - y|^{1/p}$.

Лемма 4 [26]. a, b оң тұрақты сандар болсын. Онда, кез келген нақты функция $\gamma(x, y) > 0$ үшін келесі теңсіздік орындалады:

$$|x|^a |y|^b \le \frac{a}{a+b}\gamma(x,y)|x|^{a+b} + \frac{b}{a+b}\gamma^{-a/b}(x,y)|y|^{a+b}.$$

Бұл мақалада (1) түрдегі уақыты кешіккен жоғары дәрежелі сызықтық емес жүйелер үшін кері байланыс күйі арқылы шығыс мәліметтерін практикалық бақылау мәселесі қарастырылады. Мұнда біз осы мәселенің дәл анықтамасын береміз.

Кері байланыс күйі арқылы кең ауқымды практикалық бақылау мәселесі: (1) түрдегі жүйені қарастырамыз және $y_r(t)$ тірек сигналы уақыт бойынша өзгеретін C^1 -шектелген функция $[0,\infty)$. Кез келген берілген $\varepsilon > 0$ үшін күйі бойынша кері байланыс контроллер жобасын келесі түрде аламыз:

$$u(t) = g(x(t), y_r(t)), \tag{2}$$

мұнда

(i) Тұйықталған (1) жүйенің барлық күйі (2) түрдегі контроллер күйімен жақсы анықталған және $[0, \infty)$ аралығында глобалды шектелген.

(ii) Кез келген бастапқы жағдай үшін $T > 0$ соңғы уақыт бар, бұл

$$|y(t) - y_r(t)| < \varepsilon, \qquad \forall t \ge T > 0. \tag{3}$$

Шығыс мәліметтерін кең ауқымды практикалық бақылау мәселесін шешу үшін біз келесі екі болжам жасаймыз:

Болжам 1. Мұндағы тұрақтылар $C_1,\ C_2$ және $\tau \ge 0$

$$\begin{aligned} \left|\varphi_i(t, x(t), \overline{x}(t-d_i), u(t))\right| \le C_1\Big(&|x_1(t)|^{(r_i+\tau)/r_1} + |x_2(t)|^{(r_i+\tau)/r_2} + \cdots + |x_i(t)|^{(r_i+\tau)/r_i} \\ &+ |x_1(t-d_1)|^{(r_i+\tau)/r_1} + |x_2(t-d_2)|^{(r_i+\tau)/r_2} + \cdots + |x_i(t-d_i)|^{(r_i+\tau)/r_i}\Big) + C_2 \end{aligned} \tag{4}$$

мұндағы $\overline{x}(t-d_i) = x(t-d_1), x(t-d_2), \ldots x(t-d_n)$,
$r_1 = 1,\quad r_{i+1}p_i = r_i + \tau > 0,\quad i = 1,\ldots,n$ және $p_n = 1$.

Болжам 2. $y_r(t)$ тірек сигналы үздіксіз дифференциалданады. Сонымен бірге, белгілі $D > 0$ тұрақтысы сондай, ол келесіні қанағаттандырады:

$$|y_r(t)| + |\dot{y}_r(t)| \le D, \quad \forall t \in [0,\infty) \tag{5}$$

3. Кері байланыс күйі бойынша ізіне түсу бақылауын жобалау.

Бұл жұмыста біз Болжам 1-2 арқылы (1) түрдегі уақыт кешігуі бар жоғары ретті сызықтық емес жүйелер үшін уақытқа тәуелсіз кері байланыс күйі арқылы шығыс мәліметтерін бақылау мәселесін қарастырамыз. Ол үшін алдымен келесі координата түрлендіруін енгіземіз:

$$z_1 := x_1 - y_r, \quad z_i := \frac{x_i}{L^{\kappa_i}}, \quad i = 2, \ldots, n, \quad v := \frac{u}{L^{\kappa_n + 1}} \tag{6}$$

мұндағы $\kappa_1 = 0, \kappa_i = (\kappa_{i-1} + 1)/p_{i-1}$, $i = 2, \ldots, n$ және $L \geq 1$ масштабтау коэффициенті болып табылады және есептеу барысында анықталатын болады. Олай болса (1) жүйені z_i жаңа координатасында келесі түрде сипаттауға болады:

$$\begin{aligned} &\dot{z}_i = Lz_{i+1}^{p_i} + \psi_i(t, z(t), z(t-d_i), v), \quad i = 1, \ldots, n-1, \\ &\dot{z}_n = Lv + \psi_n(t, z(t), z(t-d_n), v), \\ &y = z_1 \end{aligned} \tag{7}$$

мұндағы

$$\begin{aligned} &\psi_1(t, z(t), z(t-d_1), v) = \varphi_1(t, z(t), z(t-d_1), v) - \dot{y}_r, \\ &\psi_i(t, z(t), z(t-d_i), v) = \varphi_i(t, z(t), z(t-d_i), v)/L^{\kappa_i}, \quad i = 2, \ldots, n. \end{aligned} \tag{8}$$

Әрі қарай Болжам 1 және Лемма 3 пайдаланып, $L \geq 1$, y_r және $\dot{y}_r$ шектеулілігі Болжам 2 бойынша кепілдендірілген екендігі анық, C_1, C_2, τ, κ_i және L тұрақтыларынан тәуелді $\bar{C}_i$, $i = 1,2$ тұрақтысының бар болуын қамтамасыз етеді, осыдан келіп (4) келесі түрде сипатталады

$$\begin{aligned} &\left|\psi_1(t, z(t), z(t-d_1), v)\right| \leq \bar{C}_1\left(\left|z_1(t)\right|^{(r_1+\tau)/r_1} + \left|z_1(t-d_1)\right|^{(r_1+\tau)/r_1}\right) + \bar{C}_2 \\ &\left|\psi_i(t, z(t), z(t-d_i), v)\right| \leq \bar{C}_1 L^{1-\nu_i} \sum_{j=1}^{i}\left(\left|z_j(t)\right|^{(r_i+\tau)/r_j} + \left|z_j(t-d_i)\right|^{(r_i+\tau)/r_j}\right) + \frac{\bar{C}_2}{L^{\kappa_i}}, \quad i = 2, \ldots, n \end{aligned} \tag{9}$$

мұндағы $\bar{C}_1 > 0,\ \bar{C}_2 > 0$ және $\nu_i := \min\left\{1 - \kappa_j (r_i + \tau)/r_j + \kappa_i,\ 2 \leq j \leq i,\ 1 \leq i \leq n\right\} > 0$ қайсыбір тұрақтылар.

Әрі қарай, (7) жүйе үшін күйі бойынша кері байланыс контроллер жобалауда біртекті үстемдік әдісін қолданамыз.

3.1 Тұрақтылықты талдау

Алдымен біз (7) жүйедегі $\psi_i(\cdot)$, $i = 1, \ldots, n-1$ сызықсыздықты есепке алмай номиналды сызықтық емес жүйе үшін күйі бойынша біртекті кері байланыс контроллерін құрамыз, яғни,

$$\dot{z}_i = Lz_{i+1}^{p_i}, \quad i = 1, \ldots, n-1, \quad \dot{z}_n = Lv, \quad y = z_1 \tag{10}$$

[19,25,26] еңбектердегі тәсілдерді пайдалана отырып, (8) үшін біртекті күйі бойынша кері байланыс тұрақтандырғышын құрастыра аламыз және оны келесі Теоремада көрсетеміз

Теорема 1. Берілген нақты сан $\tau \geq 0$ үшін сондай τ дәрежелі біртекті күйдегі кері байланыс контроллері бар, және сондықтан сызықтық емес жүйелер (10) глобалды асимптоталық тұрақты.

Дәлелдеу. Нәтижені дәлелдеу үшін (10) жүйеге біртекті тұрақтандырғышты нақты құру үшін индуктивті аргументті (рекурсивтік дизайн әдісін) қолданамыз.

Алғашқы қадам 1. $\xi_1 = z_1^{\sigma/r_1} - z_1^{*\sigma/r_1}$ болсын, мұндағы $z_1^* = 0$ және $\sigma \geq \max_{1 \leq i \leq n} \{1, \tau + r_i\}$ оң сандар. Ляпунов функциясын таңдаймыз

$$V_1 = W_1 = \int_{z_1^*}^{z_1} \left(s^{\sigma/r_1} - z_1^{*\sigma/r_1} \right)^{(2\sigma - \tau - r_1)/\sigma} ds \tag{11}$$

(10) формуладан келесіні аламыз

$$\dot{V}_1 \leq -nL\xi_1^2 + L\xi_1^{(2\sigma-\tau-r_1)/\sigma} \left(z_2^{p_1} - z_2^{*p_1} \right) \tag{12}$$

мұндағы z_2^* виртуалды контроллер және ол келесі түрде таңдалады

$$z_2^* = -n^{1/p_1} z_1^{(r_1+\tau)/p_1} := -\beta_1^{r_2/\sigma} \xi_1^{r_2/\sigma}, \ \beta_1 = n^{\sigma/(r_2 p_1)} \tag{13}$$

Қадам $k \, (k = 2, \cdots, n)$. *k-1* қадамында C^1 табылады, оң және айқын Ляпуновтың функциясы V_{k-1} бар және $z_1^*, \ldots, z_k^*$ анықтайтын виртуалды контроллерлер жиынтығы келесі түрде анықталады

$$\begin{aligned} z_1^* &= 0, & \xi_1 &= z_1^{\sigma/r_1} - z_1^{*\sigma/r_1} \\ z_i^* &= -\beta_{i-1}^{r_i/\sigma} \xi_{i-1}^{r_i/\sigma}, & \xi_i &= z_i^{\sigma/r_i} - z_i^{*\sigma/r_i}, \ i = 2, \cdots, k \end{aligned} \tag{14}$$

$\beta_i > 0, \ 1 \leq i \leq k-1$ бірге тұрақтылар сондай, ол келесі теңсіздікті қанағаттандырады

$$\dot{V}_{k-1} \leq -(n-k+2)L\sum_{l=1}^{k-1} \xi_l^2 + L\xi_{k-1}^{(2\sigma-\tau-r_{k-1})/\sigma} \left(z_k^{p_{k-1}} - z_k^{*p_{k-1}} \right). \tag{15}$$

(15) те k қадамында орындалатындығын көреміз, сонымен қатар, оң анықталған C^1 Ляпунов функциясы бар және ол келесі түрде анықталады

$$V_k(\overline{z}_k) = V_{k-1}(\overline{z}_{k-1}) + W_k(\overline{z}_k), \ \ W_k(\overline{z}_k) = \int_{z_k^*}^{z_k} \left(s^{\sigma/r_k} - z_k^{*\sigma/r_k} \right)^{(2\sigma-\tau-r_k)/\sigma} ds \tag{16}$$

және виртуалды контроллер $z_{k+1}^{*} = -\beta_k^{r_{k+1}/\sigma} \xi_k^{r_{k+1}/\sigma}$ сондай, ол келесіні қанағаттандырады

$$\dot{V}_k \le -(n-k+1)L\sum_{j=1}^{k}\xi_j^2 + L\xi_k^{(2\sigma-\tau-r_k)/\sigma}\left(z_{k+1}^{p_k} - z_{k+1}^{*p_k}\right). \tag{17}$$

(17) теңсіздікті дәлелдеу [7,8,22] дәлелдеулермен өте ұқсас болғандықтан біз оны бұл жұмыста қарастырмаймыз.

Жоғарыда келтірілген индуктивті аргументті қолдана отырып n-ші қадамда келесі түрдегі күйі бойынша кері байланыс контроллері бар деген шешімге келеміз

$$v = -\beta_n^{r_{n+1}/\sigma} \xi_n^{r_{n+1}/\sigma} = -\left(\sum_{i=1}^{n} \overline{\beta}_i z_i^{\sigma/r_i}\right)^{r_{n+1}/\sigma} \tag{18}$$

C^1 бірге оң анықталған Ляпунов функциясы

$$V_n = \sum_{i=1}^{n} \int_{z_i^*}^{z_i} \left(s^{\sigma/r_i} - z_i^{*\sigma/r_i}\right)^{(2\sigma-\tau-r_i)/\sigma} ds \tag{19}$$

келесіні аламыз

$$\dot{V}_n \le -L\sum_{j=1}^{n}\xi_j^2, \tag{20}$$

мұндағы $\xi_i = z_i^{\sigma/r_i} - z_i^{*\sigma/r_i}$ және $\overline{\beta}_i = \beta_n \cdots \beta_i,\ i = 1,\ldots,n$ оң тұрақтылар. Олай болса (10) және (18) жабық тұйық жүйесі глобалды асимптоталық тұрақты.

3.2 (1) түрдегі уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйенің ізіне түсу бақылауын жобалау

Енді біз (1) жүйеге кең ауқымды қадағалаушы контроллерді жобалау үшін біртекті үстемдік әдісін қолдануға дайынбыз, яғни осы мақалада келесі негізгі нәтижені атап өтуге болады.

Теорема 2. (1) түрдегі уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйе үшін 1-2 Болжамдардан кейін шығыс мәліметтерін кең ауқымды практикалық бақылау мәселесі (7) және (18) тұжырымдардағы $u = L^{\kappa_n+1}v$ күйі бойынша кері байланыс контроллері арқылы шешіледі.

Дәлелдеу. (18) ден келесіні аламыз

$$v = -\beta_n^{r_{n+1}/\sigma} \xi_n^{r_{n+1}/\sigma} = -\left(\sum_{i=1}^{n} \overline{\beta}_i z_i^{\sigma/r_i}\right)^{r_{n+1}/\sigma} \tag{21}$$

Енді біз жинақы белгілерді анықтаймыз

$$z = \left(z_1, \ldots, z_n\right)^T, \;\; E(z) = \left(z_2^{p_1}, \ldots, z_n^{p_{n-1}}, v\right)^T \text{ және } F(z) = \left(\varphi_1, \varphi_2 / L^{\kappa_2}, \ldots, \varphi_n / L^{\kappa_n}\right)^T \quad (22)$$

Бірдей белгілерді (7) және (22) пайдалану арқылы жабық циклдық жүйе (7) - (18) келесі ықшамды түрде жазылуы мүмкін:

$$\dot{z} = LE(z) + F(z) \quad (23)$$

Сонымен қатар, Анықтама 1-дегі $\Delta = (r_1, \ldots, r_n)$ түрлендіру салмағын енгізе отырып, оны келесіше көрсетуіміз мүмкін, яғни, V_n біртекті дәрежесі $2\sigma - \tau$-дың Δ қарағанда.

Демек сол (19) Ляпунов функциясын және Лемма 2, Лемма 3 қолданып, келесідей қорытынды жасауға болады

$$\dot{V}_n(z) = L\frac{\partial V_n}{\partial Z}E(z) + \frac{\partial V_n}{\partial Z}, \qquad \dot{F}(z) \le -m_1 L \|z\|_\Delta^{2\sigma} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V_n}{\partial z_i}\psi_i \quad (24)$$

мұндағы $m_1 > 0$ тұрақты шама.

(9), Болжам 1 және $L > 1$ ден, біз $\delta_i > 0$ және $0 < \gamma_i \le 1$ тұрақтыларын келесідей табамыз

$$|\psi_i| \le \delta_i L^{1-\gamma_i}\left(\|z(t)\|_\Delta^{r_i+\tau} + \|z(t - d_j(t))\|_\Delta^{r_i+\tau}\right) + \bar{C}_2 / L^{\kappa_i} \quad (25)$$

Лемма 2 бойынша жане $i = 1, \ldots, n$ үшін келесідей белгілеу арқылы, $\partial V_n / \partial z_i$ біртекті дәрежесі $2\sigma - \tau - r_i$ көреміз

$$\left|\frac{\partial V_n}{\partial z_i}\right| \le m_2 \|z\|_\Delta^{2\sigma-\tau-r_i}, \qquad m_2 > 0 \quad (26)$$

Сондықтан

$$\left|\frac{\partial V_n}{\partial z_i}\psi_i\right| \le m_2(1+\delta_i)L^{1-\gamma_i}\|z\|_\Delta^{2\sigma} + m_2\|z\|_\Delta^{2\sigma-\tau-r_i}\|z(t-d_j(t))\|_\Delta^{r_i+\tau} + \frac{\omega^{2\sigma/(\tau+r_i)}}{L^{1+\gamma_i}}, \quad (27)$$

мұндағы $\omega =: m_2\bar{C}_2$, $\dfrac{2\sigma - \tau - r_i}{2\sigma} \le 1$, $\dfrac{\tau + r_i}{2\sigma} \le 1$ және $\dfrac{2\sigma - (1-\gamma_i)}{\tau + r_i} - (1-\gamma_i) \ge 1 + \kappa_i$.

(27)-ні (24)-ке қою арқылы келесіні аламыз

$$\dot{V}_n(z) \le -L\left(m_1 \|z\|_\Delta^{2\sigma} - (1+m_2(1+\delta)\sum_{i=1}^{n} L^{-\gamma_i} \|z\|_\Delta^{2\sigma} - m_2 \sum_{i=1}^{n} L^{-\gamma_i} \|z\|_\Delta^{2\sigma-r_i-\tau} \|z(t-d_i)\|_\Delta^{r_i+\tau} \right) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\omega^{2\sigma/(\tau+r_i)}}{L^{1+\gamma_i}} \quad (28)$$

Лемма 3 бойынша $m_3 > 0$ тұрақтысы бар және ол келесіні қанағаттандырады

$$m_2 \|z\|_\Delta^{2\sigma-r_i-\tau} \|z(t-d_i)\|_\Delta^{r_i+\tau} \le \|z\|_\Delta^{2\sigma} + m_3 \|z(t-d_i)\|_\Delta^{2\sigma}, \quad (29)$$

Бұл келесі нәтижені береді

$$\dot{V}_n(z) \le -L\left(m_1 \|z\|_\Delta^{2\sigma} - (2+m_2(1+\delta))\sum_{i=1}^{n} L^{-\gamma_i} \|z\|_\Delta^{2\sigma} - m_3 \sum_{i=1}^{n} L^{-\gamma_i} \|z(t-d_i)\|_\Delta^{2\sigma} \right) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\omega^{2\sigma/(\tau+r_i)}}{L^{1+\gamma_i}} \quad (30)$$

Ляпунов-Красовский функционалын келесі түрде құрамыз:

$$V(z(t)) = V_n(z(t)) + \int_{t-d}^{t} \|z(s)\|_\Delta^{2\sigma} \eta ds, \quad (31)$$

мұндағы η оң тұрақты. $\eta = m_3 \sum_{i=1}^{n} L^{1-\gamma_i}$ болсын, (29) және (30) дан

$$\dot{V} \le -L\left(m_1 - (2+m_2(1+\delta)+m_3)\sum_{i=1}^{n} L^{-\gamma_i} \right) \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} + \frac{\rho_1}{L^{1+\gamma}}. \quad (32)$$

Демек, L-ді келесідегідей үлкен мөлшерін таңдау арқылы $L > \max\left\{1, (((2+m_2(1+\delta)+m_3)/m_1))^{-\gamma}\right\}$, мұнда $\gamma = \min_{1\le i\le n}\{\gamma_i\}$ және $\rho_1 = \sum_{i=1}^{n} \alpha^{2\sigma/(\tau+r_i)}$.

Олай болса сондай $\rho_2 > 0$ тұрақтысы бар болады, (30) келесі түрге келеді

$$\dot{V}(z(t)) \le -\rho_2 \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} + 2\rho_1. \quad (33)$$

Сонымен бірге, $V_n(z)$ және $\int_{t-d}^{t} \|z(s)\|_\Delta^{2\sigma} \eta ds$ біртекті дәрежелі $2\sigma - \tau$ және 2σ түрлендіру Δ-ға қатысты. Сондықтан да Лемма 2-ге қатысты сондай λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 тұрақтылары бар болады

$$\lambda_1 \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-\tau} \le V_n(z(t)) \le \lambda_2 \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-\tau},$$

$$\lambda_3 \|z(t)\|_{\Delta}^{2\sigma} \le \int_{t-d}^{t} \|z(s)\|_{\Delta}^{2\sigma} \eta ds \le \lambda_4 \|z(t)\|_{\Delta}^{2\sigma} \quad (34)$$

Осыдан келіп (33) және (34) бірлесуінен келесіні аламыз

$$\dot{V}(z(t)) \le -\rho_2^{-1} V(z(t)) + \tilde{\rho}_1, \quad (35)$$

мұнда $\rho_2 = \left(\lambda_4 + (2\delta - \tau)/2\sigma\right)$ және $\tilde{\rho}_1 = \tau\lambda_2^{(\tau-2\sigma)/\tau} \Big/ \left(2\sigma\rho_2 L^{(2\sigma-\tau)/\tau}\right) + \rho_1 / L^{1+\gamma}$.

(35)-тен $T > 0$ сондай шеткі уақыт бар екендігін көрсету қиын емес, ол

$$V(z) \le 3\tilde{\rho}_1, \quad \forall t \ge T \quad (36)$$

онда z_1 жеткілікті үлкен L болатын кез келген оң ауытқушылыққа қарағанда кішірек болуы мүмкін екені анық.

4. Қорытынды

Бұл жұмыста біз біртекті шарт жағдайдағы анықталмаған уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелердің шығыс мәліметтерін практикалық бақылау мәселесін шешуді зерттедік. Біріншіден, біз біртекті күйі бойынша кері байланыс контроллер жобасын реттелеуге болатын масштабтау коэффициенттерімен құрастырдық. Содан кейін біртекті Ляпунов-Красовский функционалының көмегімен масштабтау пайдасын реттеу үшін біртекті үстемдік әдісін қайта құрдық. Кіріс мәліметтерін дұрыс таңдау арқылы шекті уақыт бірлігінде анықталмаған сызықтық емес жүйелердің класын кең ауқымды бақылау мүмкін екендігін көрсеттік.

Әдебиеттер

1. Qian, C., Lin, W. Practical output tracking of nonlinear systems with uncontrollable unstable linearization / C. Qian, W. Lin // IEEE Trans. Autom. Control, 2002. – N. 47 (1). – P. 21–36.
2. Lin, W., Pongvuthithum, R. Adaptive output tracking of inherently nonlinear systems with nonlinear parameterization / W. Lin, R. Pongvuthithum // IEEE Trans. Autom. Control, 2003. – N. 48 (10). – P. 1737–1749.
3. Lin, W., Qian, C. Adding one power integrator: a tool for global stabilization of high-order lower-triangular systems / W. Lin, C. Qian // Syst. Control Lett. 2000. – N. 39 (5). – P. 339–351.
4. Lin, W., Qian, C. Adaptive regulation of high-order lower triangular systems: an adding a power integrator technique / W. Lin, C. Qian // Syst. Control Lett. 2000. – N. 39 (5). – P. 353–364.
5. Sun, Z. Y., Liu, Y. G. Adaptive practical output tracking control for high-order nonlinear uncertain systems / Z. Y. Sun, Liu Y. G. // Acta Automatica Sinica, 2008. – N. 34. – P. 984-989.

6. Alimhan, K., Inaba. H. Practical output tracking by smooth output compensator for uncertain nonlinear systems with unstabilisable and undetectable linearization / K. Alimhan, H. Inaba // Int. J. of Modelling, Identification and Control, 2008. – N. 5. – P. 1-13.

7. Alimhan, K., Inaba, H. Robust practical output tracking by output compensator for a class of uncertain inherently nonlinear systems / K. Alimhan, H. Inaba // Int. J. of Modelling, Identification and Control, 2008. – N. 4. – P. 304-314.

8. Zhai, J., Fei, S. Global practical tracking control for a class of uncertain non-linear systems / J. Zhai, S. Fei // IET Control Theory and Applications, 2011. – N. 5. – P. 1343-1351.

9. Alimhan, K., Otsuka, N. A note on practically output tracking control of nonlinear systems that may not be linearizable at the origin / K. Alimhan, N. Otsuka // CCIS: Communications in Computer and Information Science, 2011. – N. 256. – P. 17-25.

10. Alimhan, K., Otsuka, N., Adamov, A. A., Kalimoldayev, M. N. Global practical output tracking of inherently non-linear systems using continuously differentiable controllers / K. Alimhan, N. Otsuka, A. A. Adamov, M. N. Kalimoldayev // Mathematical Problems in Engineering, 2015. – Article ID 932097. – P. 10.

11. Alimhan, K., Otsuka, N., Kalimoldayev, M. N., Adamov, A. A. Further results on output tracking problem of uncertain nonlinear systems with high-order nonlinearities / K. Alimhan, N. Otsuka, M. N. Kalimoldayev, A. A. Adamov // Int. J. of Control and Automation, 2016. – N. 9. – P. 409-422.

12. Ikeda, K. Multiple-valued stationary state and its instability of the transmitted light by a ring cavity system / K. Ikeda // Opt. Commun., 1979. Vol. 30. – P. 257.

13. Erneux, T. Applied Delay Differential Equations / T. Erneux. – New York: Springer, 2009.

14. Epstein, I. R. Delay effects and differential delay equations in chemical-kinetics / I. R. Epstein // Int. Rev. in Phys. Chem., 1992. – Vol. 11. – P. 135.

15. Mokhov, I. I., Smirnov, D. A. El Nino Southern Oscillation drives North Atlantic Oscillation as revealed with nonlinear techniques from climatic indices / I. I. Mokhov, D. A. Smirnov // Geophys. Research Lett., 2006. – Vol. 33. L03708.

16. Bocharov, G. A., Rihan, F. A. Numerical modelling in biosciences using delay differential equations / G. A. Bocharov, F. A. Rihan // J. Comp. Appl. Math., 2000. – Vol. 125. – P. 183.

17. Sun, Z. Y., Liu, Y. G., Xie, X. J. Global stabilization for a class of high-order time-delay nonlinear systems / Z. Y. Sun, Y. G. Liu, X. J. Xie // Int. J. of Innovative Computing, Information and Control, 2011. – N. 7. – P. 7119-7130.

18. Sun, Z. Y., Xie, X. J., Liu, Z. G. Global stabilization of high-order nonlinear systems with multiple time delays / Z. Y. Sun, X. J. Xie, Z. G. Liu // Int. J. of Control, 2013. – N. 86. – P. 768–778.

19. Chai, L. Global output control for a class of inherently higher-order nonlinear time-delay systems based on homogeneous domination approach / L. Chai // Discrete Dynamics in Nature and Society, 2013. -Article ID 180717. – P. 6.

20. Gao, F. Z., Wu, Y. Q. Further results on global state feedback stabilization of high-order nonlinear systems with time-varying delays / F. Z. Gao, Y. Q. Wu // ISA Trans., 2015. – N. 55. – P. 41–48.

21. Zhang, X., Lin, W., Lin, Y. Non smooth feedback control of time-delay nonlinear systems: a dynamic gain based approach / X. Zhang, W. Lin, Y. Lin // IEEE Trans. on Automatic Control, 2017. – N. 62. – P. 438-444.

22. Yan, X. H., Song, X. M. Global practical tracking by output feedback for nonlinear systems with unknown growth rate and time delay / X. H. Yan, X. M. Song // The Scientific World Journal, 2014. – Article ID 713081. – P. 7.

23. Jia, X. L., Xu, S. Y., Chen, J., Li, Z., Zou, Y. Global output feedback practical tracking for time-delay systems with uncertain polynomial growth rate / X. L. Jia, S. Y. Xu, J. Chen, Z. Li, Y. Zou // Journal of the Franklin Institute, 2015. – N. 352. – P. 5551–5568.

24. Jia, X. L., Xu, S. Y., Ma, Q., Qi, Z. D., Zou, Y. Global practical tracking by output feedback for a class of non-linear time-delay systems / X. L. Jia, S. Y. Xu, Q. Ma, Z. D. Qi, Y. Zou // IMA Journal of Mathematical Control and Information, 2016. – N. 33. – P. 1067–1080.

25. Polendo, J., Qian, C. A universal method for robust stabilization of nonlinear systems: unification and extension of smooth and non-smooth approaches / J. Polendo, C. Qian // Proc. of the American Control Conference, 2006. – P. 4285-4290.

26. Polendo, J., Qian, C. A generalized homogeneous domination approach for global stabilization of inherently nonlinear systems via output feedback / J. Polendo, C. Qian // Int. J. of Robust and Nonlinear Control, 2007. – Vol. 7, N. 7. – P. 605–629.

27. Rosier, L. Homogeneous Lyapunov function for homogeneous continuous vector fields / L. Rosier // Systems & Control Letters, 1992. – N. 19. – P. 467–473.

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ РЕШЕНИИ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Алдибеков Т.М.

Казахский национальный университет им. Аль-Фараби
e-mail: aldibekov.tamasha@gmail.com

Аннотация. *Рассматривается нелинейное дифференциальное уравнение, с частными производными первого порядка разрешенное относительно одной из производных. Установлены оценки сверху и снизу для нелинейного дифференциального уравнения с частными производными первого порядка. Использованием дифференциальных неравенств доказано, что нелинейное дифференциальное уравнение, с частными производными первого порядка*